Ensemble Scolaire Saint-Jean-Baptiste-de-la-Salle

Avignon

EPREUVE de :

Date :

Classe :

Nom :

Prénom :

OBSERVATIONS :

NOTE :

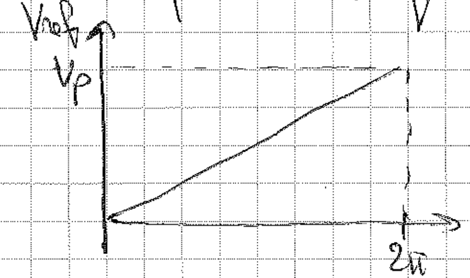
3ème Partie : Etude de l'asservissement de position

3.1 Etude en régime statique

$\theta_{ref} = c^{st}$, $\theta = c^{st}$

3.1.1 $V_{ref} = f(\theta_{ref})$

On sait que $V_{ref} = a.\theta_{ref}$



$$\boxed{a = \frac{V_P}{2\pi}}$$

$$\boxed{V_{ref} = \frac{V_P}{2\pi} . \theta_{ref}}$$

et : $\boxed{V_\theta = a.\theta} \Rightarrow \boxed{V_\theta = \frac{V_P}{2\pi} . \theta}$

3.1.2 $U_{moy} = (2\alpha - 1)U_a$

$= H.V_c$

$$\boxed{U_{moy} = H.A.\varepsilon}$$

3.1.3.

3.1.3.1.

$T_r = f\Omega \qquad f = 2\cdot10^{-2}$ Nms.

$\theta = c^{st} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \Omega = 0.$

$u = Ri + L\frac{di}{dt} + E$

$\langle u \rangle = R\langle i \rangle + \underset{0}{\underset{\shortparallel}{E}}$

$\langle u \rangle = R\langle i \rangle$

Comme $T_r = 0 \Rightarrow T_{em} = 0$

d'où $i = \frac{T_{em}}{k} = 0$

$\langle u \rangle = R \times 0 = 0.$

Comme $\langle u \rangle = H.A.\varepsilon$

$\boxed{\varepsilon \text{ doit être nul}}$. $e = V_{ref} - V_\theta$

$= \frac{V_P}{2\pi}\underbrace{(\theta_{ref} - \theta)}_{\varepsilon} = 0$

d'où $\varepsilon = 0$

3.1.3.2

$T_r = f\Omega + T_{r0}.$

3.1.3.2.1

en régime statique :

$T_{em} = T_r$ avec $\Omega = 0.$

d'où $T_{em} = T_{r0}$

d'où $\boxed{\langle u \rangle} = R\langle i \rangle$

$= R \times \frac{T_{r0}}{K}$

$= 4 \times \frac{0{,}1}{4} = \boxed{0{,}1\,V.}$

$\langle u \rangle = H.A.\varepsilon$

$\varepsilon = \frac{\langle u \rangle}{HA} = \frac{R\,T_{r0}}{H.A.K}$

$$\Sigma \cdot \frac{V_P}{2\pi} = \frac{R\,T_{ro}}{H.A.K}$$

$$\boxed{\Sigma = \frac{R\,T_{ro}}{H\,A\,K} \cdot \frac{2\pi}{V_p}}$$

3.1.3.2.2. Plus le frottement sec sera important, plus l'erreur sera important et moins le système sera précis.

3.1.3.2.3. Pour faire tendre Σ vers 0, il faudrait mettre un gain A de valeur infiniment grande.

3.1.3.2.4.

A.N. Pour $A = 1$

$$\Sigma = \frac{R\,T_{ro}}{H.A.K} \cdot \frac{2\pi}{V_P} = \cancel{\frac{4 \times 0{,}1 \cdot 2\pi}{4 \cdot 1 \cdot 0{,}3 \cdot 5}}$$

$$\boxed{\Sigma = 0{,}41 \text{ rad}}$$

Pour $A = 10$

$$\boxed{\Sigma} = \frac{R\,T_{ro}}{H.A.K} \cdot \frac{2\pi}{V_P} = \boxed{0{,}041 \text{ rad}}$$

3.2 Etude en régime dynamique

$T_r = f\Omega \qquad f = 2.10^{-2}\ N.m.s$

$J = 3,2.10^{-3}\ kg\,m^2$

3.2.1.

$$J\frac{d\Omega}{dt} = T_{em} - T_r$$

$$\downarrow T_U$$

$$\boxed{J\frac{d\Omega}{dt} + f.\Omega = T_{em}}$$

3.2.2 Par la loi des mailles

$$\langle u_s \rangle = H.V_c = Ri_s + k\Omega$$

$$HV_c = R.\frac{T_{em}}{k} + k\Omega$$

$$R\frac{T_{em}}{k} = H.V_c - k\Omega$$

$$RT_{em} = kHV_c - k^2\Omega$$

$$\boxed{T_{em} = \frac{kHV_c}{R} - \frac{k^2\Omega}{R}}$$

3.2.3.

$$J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = T_{em} = \frac{kHV_c}{R} - \frac{k^2}{R}\Omega$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} + \left(\frac{k^2}{R} + f\right)\Omega = \frac{kHV_c}{R}$$

3.2.4

$$\frac{J}{\left(\frac{k^2}{R} + f\right)}\cdot\frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{kHV_c}{R\left(\frac{k^2}{R} + f\right)}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} \downarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad \Omega \downarrow \frac{d\theta}{dt}$$

d'où $\boxed{\tau = \frac{J}{\left(\frac{k^2}{R} + f\right)}}$ et $\boxed{C = \frac{kH}{R\left(\frac{k^2}{R} + f\right)}}$

Ensemble Scolaire Saint-Jean-Baptiste-de-la-Salle

Avignon

Date :

Classe :

Nom :

Prénom :

EPREUVE de :

OBSERVATIONS :

NOTE :

3.2.4 (Suite)

A.N. :

$$\tau = \frac{J}{\left(\frac{k^2}{R} + f\right)} = \frac{3{,}2\cdot 10^{-3}}{\left(\frac{0{,}3^2}{4} + 2\cdot 10^{-2}\right)}$$

$$\boxed{\tau} = \frac{3{,}2\cdot 10^{-3}}{0{,}0425} = \boxed{0{,}07529\ s}$$

$$C = \frac{k\,H}{R\left(\frac{k^2}{R} + f\right)} = \frac{0{,}3 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 0{,}0425}$$

$$\boxed{C = 7{,}05}$$

3.2.5

On connaît :

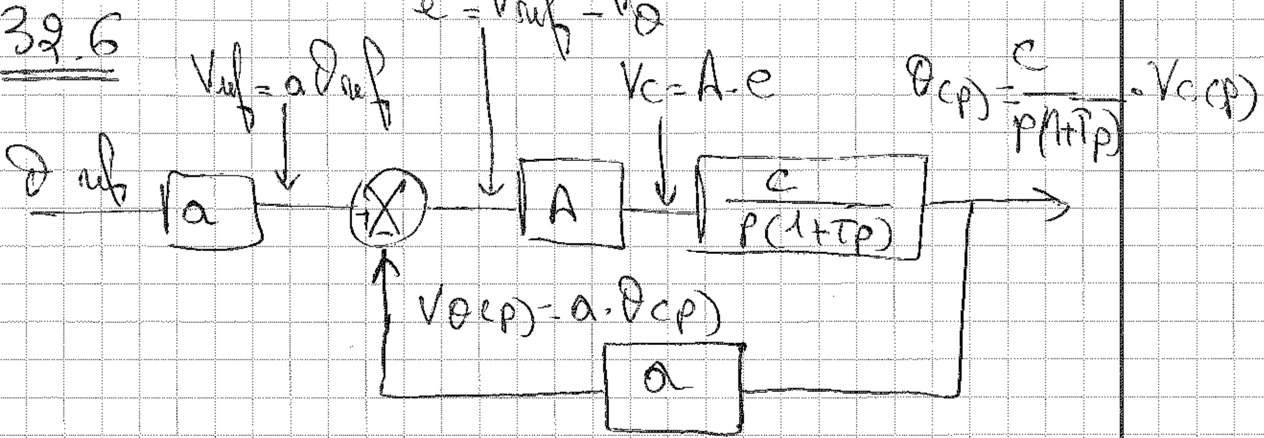
$$\mathcal{L}\left(\tau \frac{d^2\theta}{dt} + \frac{d\theta}{dt} = C\,V_c\right)$$

$$\Rightarrow \tau\, p^2\, \theta_{(p)} + p\, \theta_{(p)} = C\, V_{c(p)}$$

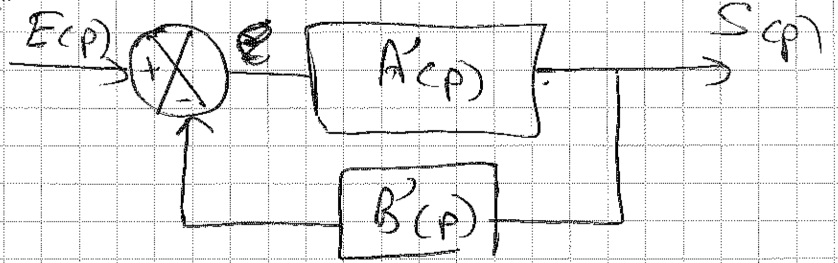
$$\theta_{(p)}\, p \cdot (1 + \tau p) = C \cdot V_{c(p)}$$

$$\boxed{\frac{\theta_{(p)}}{V_{c(p)}} = \frac{C}{p(1 + \tau p)}}$$

3.2.6



3.2.7



$$S(p) = A'(p) \cdot e = A'(p) \cdot \left(E(p) - B'(p) S(p)\right)$$

$$S(p) = A'(p)\, E(p) - A'(p) B'(p) \cdot S(p)$$

$$S(p) \cdot \left(1 + A'(p) B'(p)\right) = A'(p) \cdot E(p)$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A'(p)}{1 + A'(p) B'(p)}$$

Dans le cas de notre schéma :

$$S(p) = \theta(p) \quad , \quad E(p) = V_{ref}(p) = \theta_{ref}(p) \cdot a$$

$$A'(p) = \frac{AC}{p(1+Tp)}$$

$$B'(p) = a$$

$$\frac{\theta(p)}{\theta_{ref} \cdot a} = \frac{\frac{AC}{p(1+Tp)}}{1 + \frac{AC}{p(1+Tp)} \cdot a} = \frac{\frac{AC}{\cancel{p(1+Tp)}}}{\frac{p(1+Tp) + ACa}{\cancel{p(1+Tp)}}}$$

$$\frac{\theta(p)}{\theta_{ref}} = \frac{\cancel{aAC}}{\cancel{ACa}\left(1 + \frac{p}{ACa} + \frac{T}{ACa} p^2\right)}$$

On obtient :

$$\frac{\theta(p)}{\theta_{ref}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{ACa} + \frac{\tau}{ACa} \cdot p^2}$$

On pose que :

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau}{ACa}$$

$$\omega_0^2 = \frac{ACa}{\tau} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{ACa}{\tau}}}$$

$$\frac{2m}{\omega_0} = \frac{1}{ACa} \Rightarrow 2m = \frac{\omega_0}{ACa}$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{ACa} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{ACa}}{\sqrt{\tau}} \times \frac{1}{ACa}$$

$$m = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau} \cdot \sqrt{ACa}}$$

$$\boxed{m = \frac{1}{2\sqrt{\tau ACa}}}$$

Ensemble Scolaire Saint-Jean-Baptiste-de-la-Salle

Avignon

Date :

Classe :

Nom :

Prénom :

EPREUVE de :

OBSERVATIONS :

NOTE :

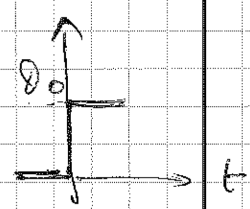
<u>3.2.8.</u> $A = 1$

Réponse indicielle du système

La réponse indicielle introduit dans la fonction de transfert un intégrateur car :

$$\theta(p) = T'(p) \times \theta_{ref}(p)$$

$$= T'(p) \times \frac{\theta_0}{p}$$



Donc l'erreur sera nulle et

$$\theta_{(t \to \infty)} \to \boxed{\theta_0}$$

<u>Démo :</u>

$$\lim_{p \to 0} p\,\theta(p) = \cancel{p} \times \frac{\theta_0}{\cancel{p}} \times \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2m}{\omega_0}p + 1}$$

$$\lim_{p \to 0} p\,\theta(p) \to \theta_0 \times 1 = \boxed{\theta_0}$$

2.8) si $A = 1$ $m = 0{,}77 > 1/\sqrt{2}$ $m < 1 \Rightarrow$ régime oscillant
L'amortissement est optimal pour $m = 0{,}7$. On a en effet dans ce cas un dépassement de 5% et le meilleur temps de réponse à 95% possible pour un système du second ordre. La marge de phase est dans ce cas de 65°.
Pour rappel, nous avons tracé ci-dessous 3 réponses indicielles pour des m différents.