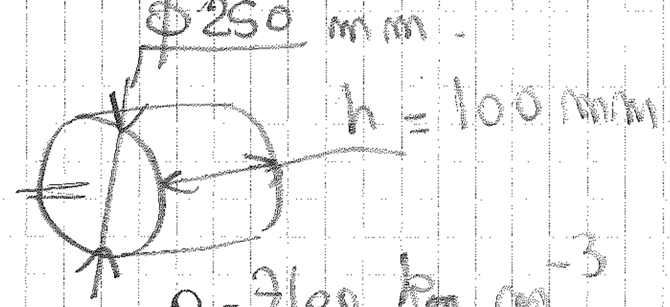
Exercice 16 :



$\rho = 7100 \ kg.m^{-3}$

a) $J = \frac{1}{2} m R^2$ $\qquad m = \rho . h . S = 34{,}85 kg$

$= \frac{1}{2} . \rho . V . R^2 = \frac{1}{2} \rho . h \times S \times R^2$

$J = \frac{1}{2} . \rho . h . \pi R^2 . R^2$

$J = \frac{1}{2} \times 7{,}1 . 10^3 \times 10^{-1} \times \pi \times (0{,}125)^4$

$J = 0{,}272 \ kg m^2$

b) $J' = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} 34{,}85 \times (0{,}05)^2$

$J' = 0{,}043 kg m^2$

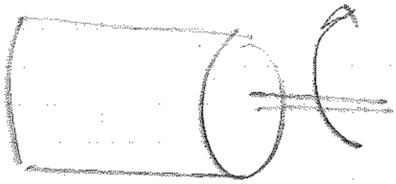
c) Pour faire varier la vitesse très rapidement il vaut mieux prendre un diamètre plus petit (ex : poulie, tambour, etc)

Pour un volume identique

Pour absorber les vibrations et travailler à vitesse constante, il vaut mieux prendre un rayon plus grand. ex : Enrouleur, embobineur

Exercice 17 :

$N_{nom} = 1500 \text{ tr.min}^{-1}$



$T_U = 40 \text{ Nm}.$

$J = 12,5 \text{ kg m}^2.$

$T_R = 4 \text{ Nm}.$

a) $J \dfrac{d\Omega}{dt} = T_U - T_R$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{T_U - T_R}{J} = \frac{40-4}{12,5}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{36}{12,5} = 2,88 \text{ rad.s}^{-2}$$

b) $\dfrac{d\Omega}{dt} = 2,88 \Rightarrow dt = \dfrac{d\Omega}{2,88}$

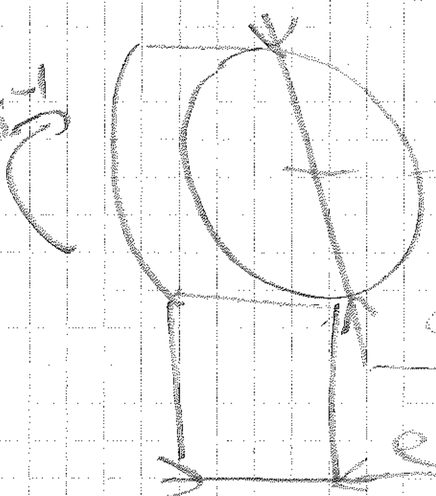
$$dt = \frac{\frac{2\pi N}{60} - 0}{2,88} = \frac{\cancel{\frac{2\pi . 1500}{60}}}{2,88}$$

$$dt = \frac{50\pi}{2,88} = 54,5 \text{ s}.$$

Exercice 18 :

$\rho = 4000\ kg\,m^{-3}$

$N = 900\ tr\,min^{-1}$



$C_f = 5\ Nm$

a) $\Omega = \frac{2\pi N}{60}$

$\Omega = \frac{2\pi \times \cancel{900}^{3}}{\cancel{60}} = 30\pi$

$= 94,247\ rad.s^{-1}$

b) $J \frac{d\Omega}{dt} = 0 - C_f$

$dt = -J \frac{d\Omega}{C_f}$

$dt = \frac{-J\left(0 - \frac{2\pi 900}{60}\right)}{5}$

$dt = \frac{2,54 \times 94,247}{5}$

$dt = 47,96\ s$

$dt \simeq 48\ s$

$J = \frac{1}{2} m R^2$

$= \frac{1}{2} \rho . V . R^2$

$= \frac{1}{2} \rho . e . S . R^2$

$= \frac{1}{2} \rho . e\, \pi R^2 . R^2$

$= \frac{1}{2} \rho . e\, \pi . R^4$

$= \frac{1}{2} 4.10^3 . 5.10^{-2}\ \pi \times (300\ 10^{-3})^4$

$= 2,54\ kg\,m^2$

c)

$$\frac{d\Omega}{dt} = k \qquad \text{avec } k = \frac{C_f}{J}$$

d'où $\Omega(t) = \int k\, dt$

$= kt + k$

à $t = 0$ $\Omega(0) = \Omega_0 = \frac{2\pi \times 900}{60}$

$= 94{,}247 \text{ rad.s}^{-1}$

$$\Omega(t) = -\frac{C_f}{J} . t + \Omega_0$$

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt}$$

d'où $\theta = \int \Omega\, dt$

$$\theta = \int \left(-\frac{C_f}{J} t + \Omega_0\right) dt$$

$$\theta_{(t)} = -\frac{C_f}{2J} . t^2 + \Omega_0 t + k$$

à $t = 0$ alors $\theta_{(0)} = 0$.

d'où $\theta(t) = -\frac{C_f}{2J} . t^2 + \Omega_0 t$.

$$\theta(48s) = -\frac{C_f}{2J} . (48)^2 + \Omega_0 . (48)$$

A.N. $\theta(48s) = -\frac{5}{2 \times 2{,}54} . (48)^2 + 94{,}247 \times 48$

$\theta(48s) = +2256$ rad

Exercice 18 (suite)

Don trouve que la meule parcourt

$$\theta_{arrêt} = 36160,66 \text{ rad.}$$

$1 \text{ tour} \rightarrow 2\pi \text{ rad}$

$n \text{ tours} \longrightarrow \theta_{arrêt}$

Soit $$n_{tours} = \frac{\theta_{arrêt} \times 1}{2\pi}$$

$$n_{tours} = \frac{2256 \times 1}{2\pi} = 359 \text{ tr.}$$

Exercice 19 :

a)

$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

$$J = \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot R^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho h \cdot S \cdot R^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot h \cdot \pi R^2 \cdot R^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho \cdot h \cdot \pi R^4$$

$$= \frac{1}{2} 7 \cdot \cancel{10^3} \cdot (\cancel{140} \cdot \cancel{10^{-3}}) \cdot \pi \cdot (120 \cdot 10^{-3})^4$$

$$= 490 \cdot \pi \cdot (120)^4 \cdot 10^{-12}$$

$$= 3{,}192 \cdot 10^{+11} \cdot 10^{-12}$$

$$J = 0{,}3192 \text{ kg.m}^2$$

b) $n = 600 \text{ tr.min}^{-1}$

$$\Omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot \cancel{6} \cdot 10^{2}}{\cancel{6} \cdot \cancel{10}}$$

$$\Omega = 2\pi \cdot 10^{1} = 62{,}831 \text{ rad.s}^{-1}$$

c) $T_f = 4 \text{ Nm}.$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = 0 - T_f \Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{T_f}{J} = -\frac{4}{0{,}3192}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -12{,}53 \text{ rad.s}^{-2}$$

d) $$dt = \frac{d\Omega}{-12{,}53} = \frac{-(62{,}831)}{-12{,}53} = 5 \text{ s}$$

Exercice 20.

a) la courbe $T_{acc} = f\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)$

est linéaire et correspond à

$T_{acc} = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$

Donc la pente de la droite correspond

à J.

$$J = \frac{(6,6 - 4)10^{-3}}{50 - 30} = 0,13 \cdot 10^{-3}\ kg\,m^2.$$

b) $J = \frac{1}{2} M R^2$

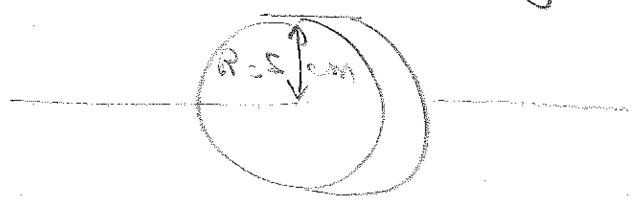
$$R = \sqrt{\frac{2J}{M}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,133 \cdot 10^{-3}}{0,5}}$$

$R = 0,02309\ m.$

$R = 23,01\ mm.$

Exercice 22.

$m = 100\,g$



$n = 3600$ tr

$t_{arrêt} = 3$ minutes.

a) $\frac{d\Omega}{dt} = \frac{0 - \cancel{\frac{2\pi \cdot 3600}{60}}}{3 \times 60} = -\frac{\cancel{120}^{2}\pi}{\cancel{3 \cdot 60}} = -\frac{2\pi}{3}$

$\frac{d\Omega}{dt} = -2{,}09\ rad \cdot s^{-2}$

b) $J \frac{d\Omega}{dt} = -T_r$

$T_r = -\frac{1}{2} m R^2 \times \frac{d\Omega}{dt}$

$T_r = -\frac{1}{2} \times 10^{-1} \times (5.10^{-2})^2 \cdot (-)2{,}09$

$T_r = -\cancel{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4} \cdot \cancel{25}^{12,5} (-)2{,}09$

$= 12{,}5 \times 2{,}09 \cdot 10^{-5}$

$= 26{,}125 \cdot 10^{-5}\ Nm = 2{,}61 \cdot 10^{-4}$

c) Expression de la relation donnant le nombre de tours avant l'arrêt.

$$J \ddot{\theta} = - Tr$$

$$\dot{\theta} = \frac{-Tr}{J} \cdot t + k \Rightarrow \text{à } t = 0 \quad \dot{\theta} = \Omega_0$$

$$\dot{\theta} = - \frac{Tr}{J} t + \Omega_0$$

$$\theta = - \frac{Tr}{2J} \cdot t^2 + \Omega_0 t + k \quad \text{à } t = 0 \quad \theta_{(0)} = 0.$$

d'ou $k = 0$.

$$\theta = - \frac{Tr}{2J} \cdot t^2 + \Omega_0 t$$

$$\theta_{final} = \theta(t_{arrêt})$$

$$\Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} = \frac{0 - \Omega_0}{t_{arrêt} - 0} = - \frac{Tr}{J}$$

d'ou $t_{arrêt} = \frac{\Omega_0 \cdot J}{Tr}$

donc $\theta_{final} = - \frac{Tr}{2J} \left(\frac{\Omega_0 J}{Tr} \right)^2 + \Omega_0 \frac{\Omega_0 J}{Tr}$

$$= - \frac{\Omega_0^2 \cancel{J^2} \cdot \cancel{Tr}}{2 \cancel{J} \cancel{Tr^2}} + \frac{\Omega_0^2 J}{Tr}$$

$$\theta_{final} = - \frac{\Omega_0^2 J}{2 Tr} + \frac{\Omega_0^2 J}{Tr}$$

$$= \frac{\Omega_0^2 \cdot J}{2 Tr} =$$

A.N $\theta_{final} = 2\pi n = \frac{\Omega_0^2 \cdot J}{2 Tr}$

Donc

$$m = \frac{1}{2\pi} \frac{\Omega_0^2 \cdot J}{\cancel{2}Tr}$$

$$m = \frac{1}{4\pi} \frac{\Omega_0^2 J}{Tr}$$

$$\Omega_0 = \frac{2\pi \times 3600}{60}$$

$$\Omega_0 = 377 \text{ rad.s}^{-1}$$

A.N

$$m = \frac{1}{4\pi} \frac{377^2 \cdot 12{,}5 \cdot \cancel{10^{-5}}}{26 \cdot 125 \cdot \cancel{10^{-3}}}$$

$$m = 5611 \text{ tr.}$$