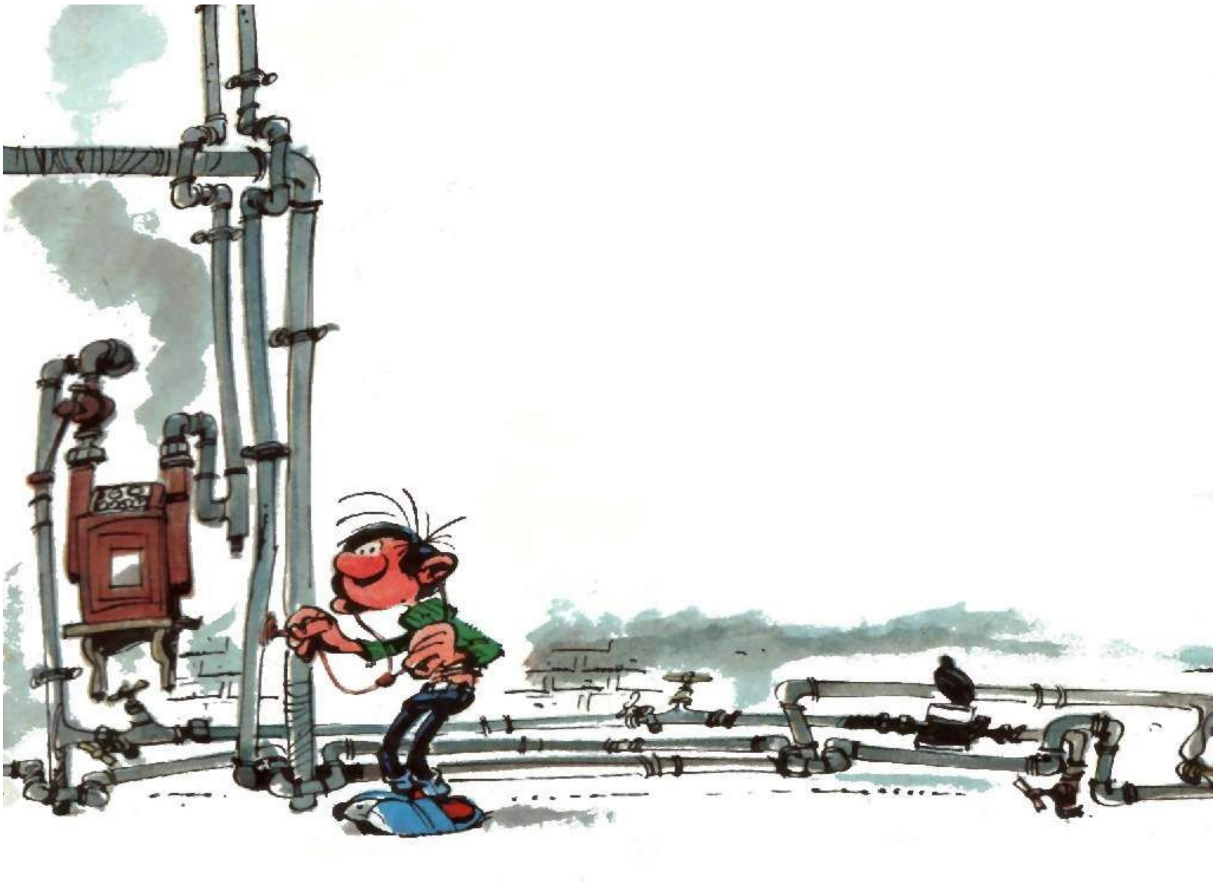
Physique appliquée
BTS 2 Electrotechnique



Mécanique des fluides

1. La loi de Bernoulli

1.1. Notion de pression

La pression est la force qu'on applique sur un élément de surface.

Avec :

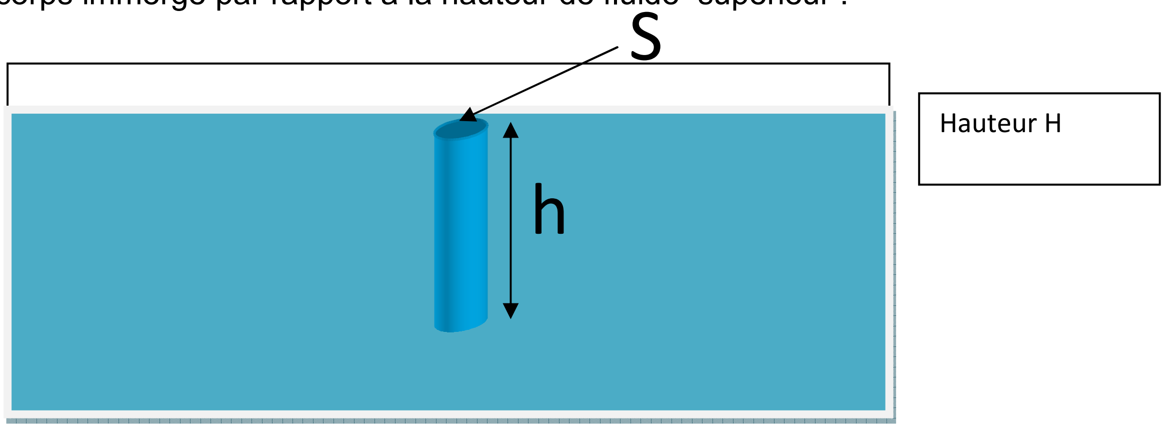
P en pascal (Pa)

F en N

S en m²

1.2. Mètre de colonne d'eau équivalente

Lorsqu'on se trouve dans un fluide (eau,air etc…), celui-ci exerce une pression sur le corps immergé par rapport à la hauteur de fluide supérieur :



La hauteur h de colonne de fluide exerce sur le nageur le poids

$$Poid_{eau} = m_{eau}.g = \rho_{eau}.h.S.g$$

Mais la pression exercée sur le nageur est : $p = \frac{Poid_{eau}}{S} = \frac{\rho_{eau}.h.g.S}{S} = \rho_{eau}.g.h$

Remarque : On utilise une équivalence mètre colonne d'eau et pression

En effet pour
$10^5 Pa\ ou\ 1Bar, on\ peut\ dire\ que\ cela\ correspond'à\ 10m\ de\ colonne\ d'eau\ soit\ 10\ mCE$

Si on met l'eau sous pression dans une canalisation sans frottement, elle montera à la hauteur de la colonne d'eau définit précédemment.

On utilise alors la hauteur manométrique pour exprimer la pression que peut fournir une pompe.

1.3. Notion de pertes de charges :

Le phénomène

Observations

- La pression d'un liquide réel diminue tout au long d'une canalisation dans laquelle il s'écoule, même si elle est horizontale et de section uniforme
- La pression d'un fluide réel diminue après le passage à travers un coude, une vanne ou un rétrécissement.

Conclusion

- Un **fluide réel**, en **mouvement**, subit des **pertes d'énergie** dues aux frottements sur les parois de la canalisation (pertes de charge *systématiques*) ou sur les "accidents" de parcours (pertes de charge *singulières*).

On utilise l'équivalence mCE pour exprimer cette perte de charge.

Exemple :

Exprimer la chute de pression Δh en mCE .

1.4. Application sur la pression

Dans les exercices qui vont suivre, on considère que la vitesse du fluide est constante dans la canalisation

Exercice 1 :

Quelle sera la hauteur atteinte par l'eau si une pompe à une hauteur manométrique de 30m et que les pertes de charges des tuyaux sont de 3 mCE ?

Exercice 2 :

Une pompe fournie une pression de 2,5 Bars, les pertes de charges sont de 5 mCE.

a. A quelle hauteur théorique, l'eau peut 'elle monter ?

b. Si le robinet se trouve à 10m de hauteur, à quelle pression théorique,l'eau va-t-elle sortir ?

Exercice 3 :

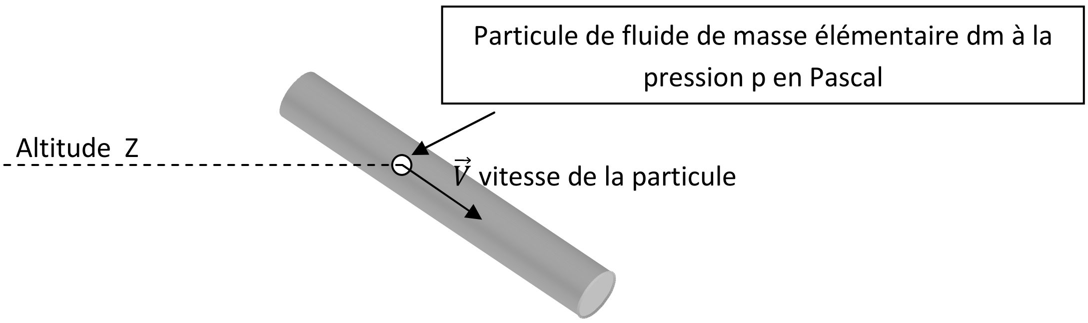
Un pompe fournie une pression de 6 Bars, les pertes de charges sont de 7 mCE.

a. A quelle hauteur théorique, l'eau peut 'elle monter ?
b. Si le robinet se trouve à 10m de hauteur, à quelle pression théorique, l'eau va-t-elle sortir ?

Exercice 4 :

Quelle doit être la hauteur manométrique d'une pompe si on veut sortir de l'eau à une pression de 3Bars d'une canalisation de 15m de haut qui possède des pertes de charges de 6 mCE ?

1.5. Energie d'une particule de fluide en mouvement dans une canalisation



L'énergie totale de cette particule dm est constituée des trois énergies suivantes :

a. Energie potentielle :

$$E_{potentielle} = dm.g.z = \rho.g.dv.z$$

b. Energie cinétique :

$$E_{cinétique} = \frac{1}{2}.dm.V^2 = \frac{1}{2}\rho.dv.V^2$$

c. Energie de pression :

$$E_{pression} = p.dv$$

Si on exprime l'énergie totale par unité de volume dv, on obtiendra :

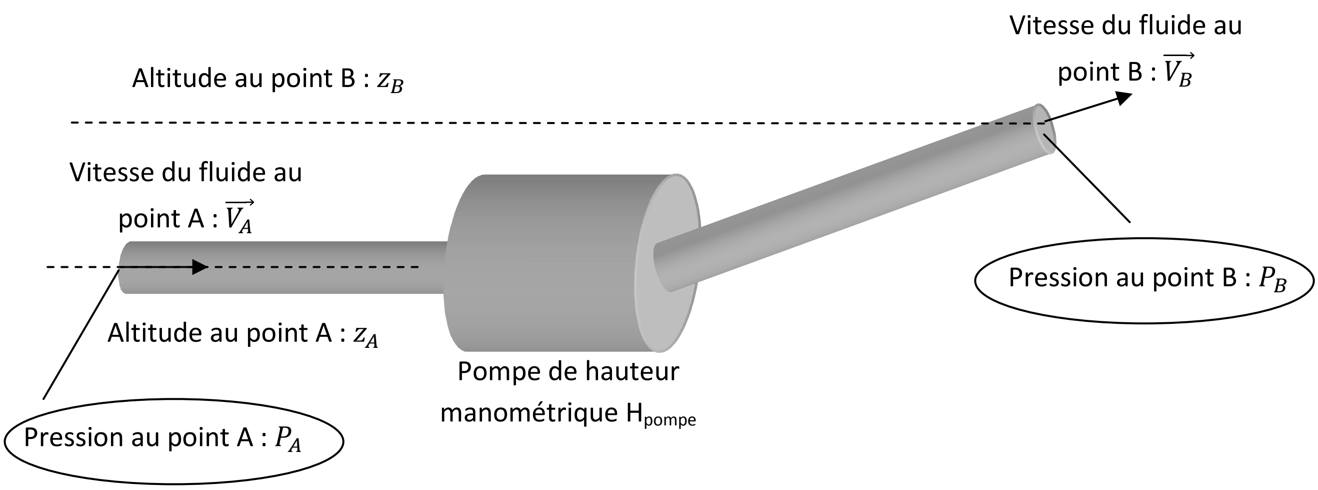
$$\frac{E_{totale}}{dv} = \frac{\rho.g.dv.z + \frac{1}{2}\rho.dv.V^2 + p.dv}{dv} = \rho.g.z + \frac{1}{2}\rho.V^2 + p$$

Remarque : L'unité de chaque terme est en Pascal.

1.6. Equation de Bernoulli

L'équation de Bernouilli est une équation correspondant à la conservation d'énergie dans la canalisation.

L'équation correspond à l'énergie par unité de volume.



Energie volumique au point A :

$$\frac{E_{totale\ A}}{dv} = \rho.g.z_A + \frac{1}{2}\rho.{V_A}^2 + P_A$$

Energie volumique au point B :

$$\frac{E_{totale\ B}}{dv} = \rho.g.z_B + \frac{1}{2}\rho.V_B{}^2 + P_B$$

Energie volumique de la pompe :

$$\frac{E_{pompe}}{dv} = \rho.g.H_{manométrique}$$

Energie volumique due aux pertes de charge dans la canalisation :

$$\frac{E_{pertes\ de\ charge}}{dv} = \rho.g.\Delta h$$

Equation Bilan :

Energie volumique au point A + Energie volumique de la pompe - Energie volumique pertes de charge

=

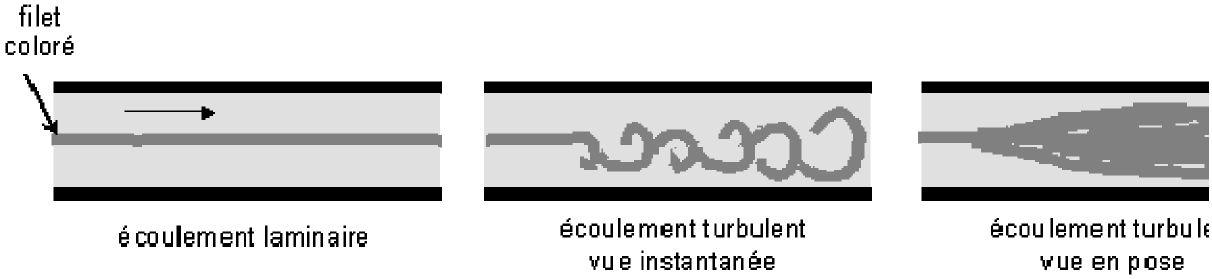
Energie volumique au point B

Cela donne :

$$\rho.g.z_A + \frac{1}{2}\rho.V_A{}^2 + P_A + \rho.g.H_{manométrique} - \rho.g.\Delta h = \rho.g.z_B + \frac{1}{2}\rho.V_B{}^2 + P_B$$

1.7. Les pertes de charge laminaires et turbulentes

a. Les différents régimes d'écoulement : nombre de Reynolds



Les expériences réalisées par ***Reynolds*** (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : **laminaire et turbulent**.

En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un **nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds** et donné par :

$\boxed{Re = \frac{\rho v D}{\eta}}$ ou $\boxed{Re = \frac{vD}{\nu}}$ avec :

ρ= masse volumique du fluide, v = vitesse moyenne, D = diamètre de la conduite

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

ν= viscosité dynamique du fluide (10^{-6} pour l'eau), η = viscosité cinématique

L'expérience montre que :

si Re < 2000 le régime est LAMINAIRE

si 2000 < Re< 3000 le régime est intermédiaire

si Re > 3000 le régime est TURBULENT

Ces valeurs doivent être considérées comme des ordres de grandeur, le passage d'un type d'écoulement à un autre se faisant progressivement.

b. Expression des pertes de charge

Influence des différentes grandeurs

Lorsqu'on considère un fluide réel, les pertes d'énergie spécifiques ou bien comme on les appelle souvent, les **pertes de charge** dépendent de la forme, des dimensions et de la rugosité de la canalisation, de la vitesse d'écoulement et de la viscosité du liquide mais non de la valeur absolue de la pression qui règne dans le liquide.

La différence de pression $p = p_1 - p_2$ entre deux points (1) et (2) d'un circuit hydraulique a pour origine :

- Les frottements du fluide sur la paroi interne de la tuyauterie ; on les appelle **pertes de charge régulières ou systématiques**.
- La résistance à l'écoulement provoquée par les accidents de parcours (coudes, élargissements ou rétrécissement de la section, organes de réglage, etc.) ; ce sont les **pertes de charge accidentelles ou singulières**.

Le problème du calcul de ces pertes de charge met en présence les principales grandeurs suivantes :

Le fluide caractérisé par :

- sa masse volumique ρ.
- sa viscosité cinématique η.

Un tuyau caractérisée par :

- S sa section (forme et dimension) en général circulaire (diamètre D), sa longueur L.

et sa rugosité k (hauteur moyenne des aspérités de la paroi).

Ces éléments sont liés par des grandeurs comme la vitesse moyenne d'écoulement v ou le débit Q et le nombre de Reynolds Re qui joue un rôle primordial dans le calcul des pertes de charge.

c. Pertes de charge systématiques

Généralités

Ce genre de perte est causé par le frottement intérieur qui se produit dans les liquides ; il se rencontre dans les tuyaux **lisses** aussi bien que dans les tuyaux **rugueux**.

Entre deux points séparés par une longueur L, dans un tuyau de diamètre D apparaît une perte de pression p. exprimée sous la forme suivante :

$$\boxed{\Delta p = \lambda \frac{\rho v^2}{2} \frac{L}{D}} \quad \boxed{\Delta h = \lambda \frac{v^2}{2g} \frac{L}{D}}$$

Δp : *Différence de pression (Pa)*

Δh *Perte de charge exprimée en mètres de colonne de fluide (mCF)*

λ est un coefficient sans dimension appelé **coefficient de perte de charge linéaire.**

Le calcul des pertes de charge repose entièrement sur la détermination de ce coefficient l.

Cas de l'écoulement laminaire : Re < 2000

Dans ce cas on peut montrer que le coefficient est uniquement fonction du nombre de Reynolds Re ; l'état de la surface n'intervient pas et donc ne dépend pas de k (hauteur moyenne des aspérités du tuyau), ni de la nature de la tuyauterie.

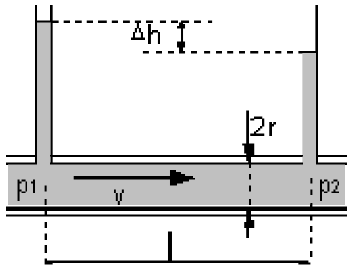
$$\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}} \quad \text{avec} \quad \boxed{Re = \frac{vD}{\nu}}$$

Il est alors immédiat de voir que h est proportionnel à la vitesse v et donc au débit q, ainsi qu'à la viscosité cinématique.

Loi de Poiseuille

Pour un **écoulement laminaire**, dans une conduite cylindrique horizontale, le débit-volume d'un fluide est donné par :

$$q_v = \frac{\pi r^4}{8\eta\ell} \cdot (p_1 - p_2)$$



avec :

- q_v : débit-volume ($m^3 \cdot s^{-1}$),
- r : rayon intérieur (m),
- h : viscosité dynamique du fluide (Pa·s),
- ℓ : longueur entre les points (1) et (2) (m),
- p_1 et p_2 : pression du fluide aux points (1) et (2) (Pa).

Cas de l'écoulement turbulent : Re > 3000

Les phénomènes d'écoulement sont beaucoup plus complexes et la détermination du coefficient de perte de charge résulte de mesures expérimentales. C'est ce qui explique la diversité des formules anciennes qui ont été proposées pour sa détermination.

En régime turbulent l'état de la surface devient sensible et son influence est d'autant plus grande que le nombre de Reynolds Re est grand. Tous les travaux ont montré l'influence de la rugosité et on s'est attaché par la suite à chercher la variation du coefficient en fonction du nombre de Reynolds Re et de la rugosité k du tuyau.

La formule de Colebrook est actuellement considérée comme celle qui traduit le mieux les phénomènes d'écoulement en régime turbulent. Elle est présentée sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{k}{3{,}7\,D} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right)}$$

L'utilisation directe de cette formule demanderait, du fait de sa forme implicite, un calcul par approximations successives ; on emploie aussi en pratique des représentations graphiques (abaques).

Pour simplifier la relation précédente, on peut chercher à savoir si l'écoulement est **hydrauliquement lisse** ou **rugueux** pour évaluer la prédominance des deux termes entre parenthèses dans la relation de Colebrook.

Remarque :

On fait souvent appel à des formules empiriques plus simples valables pour des cas particuliers et dans un certain domaine du nombre de Reynolds, par exemple :

Formule de Blasius : (pour des tuyaux lisses et $Re < 10^5$) $\boxed{\lambda = 0{,}316\, Re^{-0{,}25}}$

Pertes de charge accidentelles

Ainsi que les expériences le montrent, dans beaucoup de cas, les pertes de charge sont à peu près proportionnelles au carré de la vitesse et donc on a adopté la forme suivante d'expression :

$$\boxed{\Delta p = K \frac{\rho v^2}{2}} \quad \boxed{\Delta h = K \frac{v^2}{2g}}$$

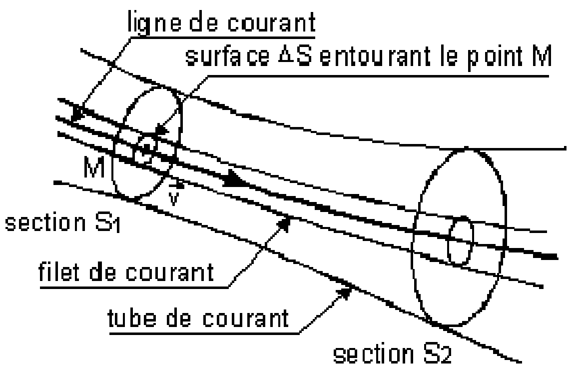
Perte de charge exprimée en de pression (Pa). Perte de charge exprimée en mètres de colonne de fluide (mCF)

K est appelé **coefficient de perte de charge singulière** (sans dimension).

La détermination de ce coefficient est principalement du domaine de l'expérience.

2. Débit volumique

2.1. Introduction



Ligne de courant : En régime stationnaire, on appelle ligne de courant la courbe suivant laquelle se déplace un élément de fluide. Une ligne de courant est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse du fluide en ce point.

Tube de courant : Ensemble de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.

Filet de courant : Tube de courant s'appuyant sur un petit élément de surface ΔS.

La section de base ΔS du tube ainsi définie est suffisamment petite pour que la vitesse du fluide soit la même en tous ses points (répartition uniforme).

2.2 - Conservation du débit

Considérons un tube de courant entre deux sections S_1 et S_1. Pendant l'intervalle de temps Δt, infiniment petit, la masse Δm_1 de fluide ayant traversé la section S_1 est la même que la masse Δm_2 ayant traversé la section S_2.

$q_{m1} = q_{m2}$ ***En régime stationnaire, le débit-masse est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.***

Dans le cas d'un **écoulement isovolume** (= Cte) :

$q_{v1} = q_{v2}$ ***En régime stationnaire, le débit-volume est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant***

2.3 - Expression du débit en fonction de la vitesse v

Le débit-volume est aussi la quantité de liquide occupant un volume cylindrique de base S et de longueur égale à v, correspondant à la longueur du trajet effectué pendant l'unité de temps, par une particule de fluide traversant S.

Il en résulte la relation importante : $\boxed{q_v = v\,S}$

3. Application de l'équation de Bernoulli sur des études de cas

On rappelle la relation à utiliser :

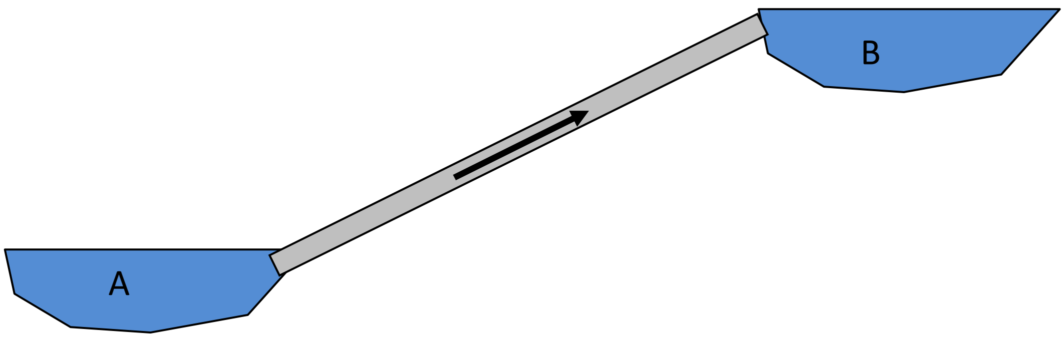
$$\rho.g.z_A + \frac{1}{2}\rho.V_A{}^2 + P_A + \rho.g.H_{manométrique} - \rho.g.\Delta h = \rho.g.z_B + \frac{1}{2}\rho.V_B{}^2 + P_B$$

Exercice 5 :

On veut remonter de l'eau d'un bassin situé 20m plus bas situé au point A(Altitude 0m), les pertes de charges dans les conduits sont évalués à 2mCE

Le débit sera de $2m^3.h^{-1}$.

Le diamètre des canalisations sera de 30 mm.



a) Calculer la section des tuyaux.
b) Calculer la vitesse du fluide noté V_B (Bassin du haut).
c) Le bassin de captage A est grand et l'eau n'est pas en mouvement, donner la valeur de VA.
d) On considère que l'altitude en A est z_A=0m, déterminer la valeur de z_B.
e) En A et B, les bassins sont ouverts, déterminer la valeur de PA et PB.
f) Déterminer la valeur de la hauteur manométrique de la pompe qui permettra la montée du fluide.
g) Calculer la puissance hydraulique de la pompe.

Exercice 6 :

On veut remonter d'un circuit de distribution situé 30m plus bas situé au point A(Altitude 10m), les pertes de charges dans les conduits sont évalués à 4mCE

Le débit sera de $20m^3.h^{-1}$.

La pression au point A est de 2 bars relatif.

Et on veut que la pression relative de la pression en B soit de 5 bars.

La vitesse du fluide en A est égale à la vitesse du fluide en B.

Le diamètre des canalisations sera de 50 mm.

a) Calculer la section des tuyaux.
b) Calculer la vitesse du fluide noté V_B (Bassin du haut).
c) On considère que l'altitude en A est z_A=10m, déterminer la valeur de z_B.
d) Déterminer la valeur de PA et PB en pression absoluesve (Patmos = 1bar environ).
e) Déterminer la valeur de la hauteur manométrique de la pompe qui permettra la montée du fluide.(ρ=1000kg.m^{-3} et g=9.8 m.s^{-2}).
f) Calculer la puissance hydraulique de la pompe.

Exercice 7 :

De l'eau coule dans une canalisation depuis un bassin situé 25m plus haut au point A.

La canalisation fait 150m de longueur et possède un coefficient de perte de charge linéique de 0,033 mCE . m^{-1}.

Le bout du tuyau situé au point B ou ZB= 30m est dirigé vers la verticale de manière à faire un jet d'eau décoratif.

a) Déterminer la valeur des pertes de charges Δh de la canalisation entre A et B.
b) Déterminer la valeur des pressions aux points A et B.
c) Déterminer la valeur de H_{mano} sachant que nous n'utilisons pas de pompe dans ce système gravitaire.
d) Déterminer la valeur de VA sachant que l'eau n'est pas en mouvement dans le grand bassin du haut.
e) Déterminer alors la valeur de VB.
f) Sous quelle forme d'énergie se trouve l'eau sortant du tuyau au point B.

g) Sachant que l’énergie d’une goutte d’eau se transforme intégralement en énergie potentielle d‘équation $E_p=m_{goutte}.g.z_1$, déterminer la valeur de la hauteur de z_1.